



MINISTERUL EDUCAȚIEI NAȚIONALE ȘI
CERCETĂRII ȘTIINȚIFICE
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL JUDEȚULUI BACĂU
COLEGIUL NAȚIONAL „FERDINAND I” BACĂU
Concursul Național de Matematică și Fizică
„Vrănceanu – Procopiu”
26 noiembrie 2016
MATEMATICĂ

XI

Problema 1

a) Arătați că dacă A, B, C, D sunt numere complexe și $A^3 - A = B^3 - B = C^3 - C = D^3 - D$, atunci două dintre acestea sunt egale.

b) Este adevărată afirmația similară pentru A, B, C, D – matrice din $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$?
(Justificați !)

Problema 2

Fie $(x_n)_{n \geq 1}$ un șir de numere pozitive cu proprietatea că șirul $(a_n)_{n \geq 1}$ dat de $a_n = \frac{x_{n+1}}{1+x_n}$ are limită, egală cu l .

a) Determinați x_n în cazul când $x_1 = \frac{1}{2}$ și $a_n = \frac{1}{2}$ pentru orice $n \geq 1$.

b) Arătați că, dacă $l \geq 1$, atunci șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ are limita $+\infty$.

c) Arătați că, dacă $l < 1$, atunci șirul $(x_n)_{n \geq 1}$ este convergent.

1. Fiecare dintre subiecte se rezolvă pe o foaie separată care se secretizează.
2. În cadrul unui subiect, elevul are dreptul să rezolve în orice ordine cerințele.
3. Durata probei este de 4 ore din momentul în care s-a terminat distribuirea subiectelor către elevi.
4. Elevii au dreptul să utilizeze calculatoare de buzunar, dar neprogramabile.
5. Fiecare subiect se punctează de la 10 la 1 (1 punct din oficiu). Punctajul final reprezintă suma acestora.